Σχέδιο Μαθήματος

Εξισώσεις α΄ βαθμού με παρονομαστές

⏱ 45 λεπτά

Μαθησιακοί Στόχοι

Τι θα κατακτήσουν οι μαθητές

Στόχοι

Στο τέλος του μαθήματος οι μαθητές θα μπορούν να:

• βρίσκουν το ΕΚΠ των αριθμητικών παρονομαστών.

• απαλείφουν παρονομαστές πολλαπλασιάζοντας και τα δύο μέλη με το ΕΚΠ.

• λύνουν εξισώσεις α΄ βαθμού που προκύπτουν και να επαληθεύουν τη λύση τους με αντικατάσταση.

• αιτιολογούν σύντομα γιατί κάθε πράξη γίνεται και στα δύο μέλη της ισότητας.

Χαρακτηριστικά της τάξης

20 μαθητές σε 5 ετερογενείς ομάδες των 4, με κοινή εξοικείωση με το ελληνικό σχολικό πλαίσιο και ευκαιρίες συνεργασίας ανάμεσα σε ελληνόφωνους και αλβανόφωνους μαθητές. Από την αρχή ορίζονται σύντομη ρουτίνα «ακούω–γράφω–ελέγχω», ορατός χρόνος στον πίνακα και ήρεμο μη λεκτικό σήμα επαναφοράς προσοχής· η θετική ανατροφοδότηση δίνεται στις ομάδες που τηρούν τους ρόλους.

Χαρακτηριστικά των μαθητών

Μαθητές με δυσκολίες προσοχής χρειάζονται οδηγίες σε μικρά βήματα και οπτικό έλεγχο προόδου. Για την υπερβολική εξάρτηση από τον εκπαιδευτικό χρησιμοποιείται η σειρά «διαβάζω–διαλέγω ΕΚΠ–ενεργώ–ελέγχω» πριν ζητηθεί βοήθεια. Μαθητές με κινητικές αναπηρίες συμμετέχουν ισότιμα από τη θέση τους με προφορική υπαγόρευση ή καταγραφή από συμμαθητή.

Εμπλοκή

Ενεργοποίηση πρότερης γνώσης — 6 λεπτά

Σύντομη αφόρμηση και πρόβλημα

Για 2 λεπτά, κάθε ομάδα συμπληρώνει προφορικά ή στο τετράδιό της: «Ποιος αριθμός είναι κοινό πολλαπλάσιο των 2 και 3;». Στη συνέχεια: Για τη σχολική γιορτή, ένα πακέτο διακοσμητικών κοστίζει x €. Η Άννα αγόρασε μισό πακέτο και κορδέλες και πλήρωσε $\frac{x}{2} + 3$ €, ενώ ο Άρμπεν αγόρασε το ένα τρίτο του πακέτου και χαρτόνια και πλήρωσε $\frac{x}{3} + 5$ €. Τα ποσά είναι ίσα. Να βρεθεί το x. Δεν λύνουμε ακόμη· εντοπίζουμε μόνο τους παρονομαστές και ένα κατάλληλο κοινό πολλαπλάσιό τους.

Ερωτήσεις για συζήτηση

• Ποιο είναι το ΕΚΠ των 2 και 3;

• Ποια πράξη, αν γίνει και στα δύο μέλη, θα μετατρέψει τα κλάσματα σε ακέραιους όρους;

• Γιατί πρέπει να κάνουμε ακριβώς την ίδια πράξη και στα δύο μέλη;

Σύνδεση με εμπειρίες

Συνδέστε την ισότητα με δίκαιη σύγκριση δύο λογαριασμών: για να παραμένουν συγκρίσιμοι, εφαρμόζουμε την ίδια αλλαγή και στις δύο πλευρές. Οι απαντήσεις μπορούν να δοθούν προφορικά, με δείξιμο στον πίνακα ή με σύντομη γραπτή σημείωση από συνεργάτη.

Άμεση Διδασκαλία

Απαλοιφή παρονομαστών με ασφάλεια — 9 λεπτά

Βασική ιδέα

Σε εξίσωση με αριθμητικούς παρονομαστές, επιλέγουμε το ΕΚΠ τους και πολλαπλασιάζουμε ολόκληρο το πρώτο και ολόκληρο το δεύτερο μέλος με αυτόν τον αριθμό. Η νέα εξίσωση είναι ισοδύναμη με την αρχική και δεν έχει παρονομαστές.

Διαδικασία σε τέσσερα βήματα

1. Εντοπίζουμε τους παρονομαστές. 2. Βρίσκουμε το ΕΚΠ. 3. Γράφουμε παρενθέσεις για ολόκληρα τα δύο μέλη και πολλαπλασιάζουμε με το ΕΚΠ. 4. Απλοποιούμε, λύνουμε και επαληθεύουμε στην αρχική εξίσωση.

Παράδειγμα προφορικού ελέγχου: στην $\frac{x}{2} + 1 = \frac{x}{3} + 2$, το ΕΚΠ είναι 6, άρα πολλαπλασιάζουμε και τα δύο μέλη με 6.

Οπτική οργάνωση στον πίνακα

Στον πίνακα δημιουργείται σταθερό πλαίσιο: «Παρονομαστές → ΕΚΠ → πολλαπλασιασμός και στα δύο μέλη → λύση → έλεγχος». Κυκλώστε τους παρονομαστές και χρησιμοποιήστε αγκύλες ή παρενθέσεις για τα μέλη. Οι μαθητές ακολουθούν το ίδιο πλαίσιο στο βιβλίο ή στο τετράδιό τους.

Συνηθισμένες παρανοήσεις

Τονίστε ότι το ΕΚΠ πολλαπλασιάζει κάθε όρο του μέλους, όχι μόνο το κλάσμα: $6(\frac{x}{2}+1)$ και όχι μόνο $6\cdot\frac{x}{2}$. Επίσης, δεν «σβήνουμε» παρονομαστές χωρίς να εφαρμόσουμε την ίδια πράξη και στα δύο μέλη. Ζητήστε σύντομο αυτοέλεγχο: «Έχουν πολλαπλασιαστεί όλοι οι όροι;».

Χρήση υλικών

Χρησιμοποιήστε αποκλειστικά τον πίνακα για το χρωματικά/χωρικά οργανωμένο σχήμα και το σχολικό βιβλίο για αναφορά στην έννοια της ισοδυναμίας. Η παρουσίαση γίνεται από θέσεις ορατές σε όλους· δεν απαιτείται μετακίνηση μαθητών.

Μοντελοποίηση

Λυμένο παράδειγμα με σκέψη φωναχτά — 8 λεπτά

Παράδειγμα

Να λυθεί η εξίσωση

$$\frac{x}{2}+3=\frac{x}{3}+5$$

Σκέψη φωναχτά

«Βλέπω παρονομαστές 2 και 3, άρα επιλέγω το ΕΚΠ 6. Πολλαπλασιάζω και τα δύο μέλη με 6, επειδή έτσι διατηρώ την ισότητα. Βάζω παρενθέσεις, ώστε να μην ξεχάσω το 3 και το 5. Μετά την απαλοιφή έχω μια συνηθισμένη εξίσωση α΄ βαθμού. Τέλος, ελέγχω το x στην αρχική εξίσωση, όπου υπάρχουν τα κλάσματα.»

Πλήρης λύση

$$6(\frac{x}{2}+3)=6(\frac{x}{3}+5)$$

$$3x+18=2x+30$$

Αφαιρούμε $2x$ και από τα δύο μέλη:

$$x + 18 = 30$$

Αφαιρούμε 18 και από τα δύο μέλη:

$$x = 12$$

Επαλήθευση

Για $x = 12$:

$\frac{12}{2} + 3 = 6 + 3 = 9$ και $\frac{12}{3} + 5 = 4 + 5 = 9$

Τα δύο μέλη είναι ίσα, επομένως $x = 12$ είναι λύση.

Χρήση υλικών

Ο εκπαιδευτικός αποκαλύπτει ένα βήμα τη φορά στον πίνακα και οι μαθητές δείχνουν με αντίχειρα ή λένε προφορικά το επόμενο βήμα πριν αυτό γραφτεί. Η ίδια εργασία μπορεί να καταγραφεί από μαθητή, να υπαγορευθεί σε συνεργάτη ή να ακολουθηθεί οπτικά στο βιβλίο.

Καθοδηγούμενη Εξάσκηση

Συνεργατική επίλυση — 15 λεπτά

Συνεργατικό πρόβλημα

Κάθε μία από τις 5 ομάδες λύνει και επαληθεύει:

$$\frac{2x - 1}{3} + 2 = \frac{x + 4}{2}$$

Χρησιμοποιήστε το ΕΚΠ 6. Η ομάδα κατασκευάζει στον πίνακα του τετραδίου της μια κοινή «αλυσίδα λύσης»: παρονομαστές, ΕΚΠ, εξίσωση χωρίς παρονομαστές, λύση, επαλήθευση.

Λύση αναφοράς για τον εκπαιδευτικό: $4x - 2 + 12 = 3x + 12$, άρα $x = 2$.

Ρόλοι ομάδας

Ομάδες των 4:

• Συντονιστής: διαβάζει τα βήματα και διασφαλίζει ότι ακούγονται όλες οι φωνές.

• Ελεγκτής ΕΚΠ: εντοπίζει παρονομαστές και επιβεβαιώνει τον πολλαπλασιασμό.

• Καταγραφέας ή υπαγορευτής: γράφει ή υπαγορεύει τη λύση, ανάλογα με την επιλογή της ομάδας.

• Επαληθευτής: αντικαθιστά τη λύση στην αρχική εξίσωση και παρουσιάζει προφορικά.

Οδηγίες ομάδας

1. Εργαστείτε για 6 λεπτά με τη σειρά «ΕΚΠ–παρενθέσεις–απλοποίηση–έλεγχος». 2. Στο 7ο λεπτό συγκρίνετε τη λύση σας με γειτονική ομάδα χωρίς να αντιγράψετε: εντοπίστε ένα κοινό βήμα και μία πιθανή διαφορά. 3. Ο επαληθευτής δίνει απάντηση μίας πρότασης. Κάθε μέλος μπορεί να ζητήσει βοήθεια μόνο αφού αναφέρει ποιο από τα τέσσερα βήματα ολοκλήρωσε.

Διάταξη χώρου

Οι μαθητές παραμένουν στα θρανία τους σε 5 ομάδες των 4. Τα βιβλία και η οπτική ακολουθία στον πίνακα είναι προσβάσιμα από καθιστή θέση. Η ανταλλαγή γίνεται με προφορική επικοινωνία προς τη γειτονική ομάδα ή με τον εκπρόσωπο, χωρίς απαραίτητη μετακίνηση.

Σημειώσεις διευκόλυνσης

Περιηγηθείτε σύντομα στις ομάδες με ερωτήσεις αντί έτοιμων απαντήσεων: «Ποιο μέλος πολλαπλασιάστηκε;», «Πώς το ελέγξατε;». Χρησιμοποιήστε μη λεκτικό σήμα για θόρυβο και επαινέστε τη χρήση της αλυσίδας λύσης. Για επίμονη διακοπή, δώστε σύντομη ιδιωτική υπενθύμιση ρόλου και καταγράψτε την ανάγκη για μεταγενέστερη επικοινωνία σύμφωνα με τη σχολική ρουτίνα.

Χρήση υλικών

Οι ομάδες χρησιμοποιούν το σχολικό βιβλίο για αναφορά και τον πίνακα για την κοινή σύνοψη ενός κρίσιμου βήματος. Δεν απαιτούνται πρόσθετα υλικά ούτε κίνηση στον χώρο.

Ατομικές Ασκήσεις

Ατομική εφαρμογή και έλεγχος — 7 λεπτά

Βασική άσκηση

Να λύσετε και να επαληθεύσετε:

$$\frac{x}{4} + 2 = \frac{x}{2} - 1$$

Υπόδειξη αυτοελέγχου: Οι παρονομαστές είναι 4 και 2, άρα το ΕΚΠ είναι 4.

Προκλητική άσκηση

Να λύσετε και να επαληθεύσετε:

$$\frac{3x+2}{4} - \frac{x-1}{2} = 5$$

Γράψτε πρώτα μία γραμμή που να δηλώνει το ΕΚΠ και τις παρενθέσεις. Οι μαθητές που ολοκληρώνουν νωρίτερα ελέγχουν αν η λύση τους ικανοποιεί την αρχική, όχι μόνο την εξίσωση χωρίς παρονομαστές.

Χρήση υλικών

Οι μαθητές εργάζονται ατομικά με το βιβλίο και το τετράδιό τους, ενώ ο πίνακας διατηρεί ορατή την ακολουθία των τεσσάρων βημάτων. Επιτρέπονται προφορική υπαγόρευση σε συμμαθητή ή προφορική παρουσίαση της λύσης όταν η γραφή αποτελεί εμπόδιο. Δίνεται εύλογος πρόσθετος χρόνος όπου χρειάζεται, χωρίς μείωση του στόχου.

Διαφοροποίηση

Πρόσβαση, αυτονομία και επέκταση σε όλη τη διάρκεια

Υποστήριξη για μαθητές με δυσκολίες

Δώστε την ορατή ακολουθία «παρονομαστές–ΕΚΠ–παρενθέσεις–λύση–έλεγχος» και ζητήστε να καλύπτουν ένα βήμα κάθε φορά. Προτείνετε αρχικά εξισώσεις με παρονομαστές 2, 3 ή 4 και προφορικές ερωτήσεις επιλογής: «ΕΚΠ 6 ή 5;». Ο εκπαιδευτικός καθυστερεί την παρέμβαση, ζητώντας πρώτα από τον μαθητή να δείξει το βήμα στο οποίο βρίσκεται.

Επεκτάσεις για προχωρημένους

Ζητήστε να δημιουργήσουν μια ισοδύναμη εξίσωση με παρονομαστές που έχει λύση $x = 2$ και να αιτιολογήσουν το ΕΚΠ που επέλεξαν. Εναλλακτικά, να συγκρίνουν δύο κοινά πολλαπλάσια και να εξηγήσουν γιατί το ΕΚΠ κάνει τους υπολογισμούς συντομότερους.

Προσαρμογές για μαθητές με κινητικές αναπηρίες

Όλες οι εργασίες ολοκληρώνονται από καθιστή θέση, με βιβλίο και γραφή προσβάσιμα στο θρανίο· δεν απαιτείται χρήση πίνακα ή μετακίνηση. Προσφέρονται μεγάλα και καθαρά γραμμένα βήματα στον πίνακα, πρόσθετος χρόνος, υπαγόρευση λύσης σε συμμαθητή και χρήση διαθέσιμης τεχνολογίας μετατροπής φωνής σε κείμενο όπου παρέχεται από το σχολείο. Ο ρόλος του καταγραφέα είναι ευέλικτος: μαθητής μπορεί να είναι ελεγκτής ή προφορικός παρουσιαστής με ισότιμη συμμετοχή.

Πολυγλωσσική υποστήριξη

Διατηρήστε σταθερά τα μαθηματικά σύμβολα και συνδέστε τις λέξεις «παρονομαστής», «ΕΚΠ», «ισοδύναμη εξίσωση», «επαλήθευση» με σύντομη προφορική εξήγηση και παράδειγμα στον πίνακα. Επιτρέψτε αρχική συζήτηση σε ελληνικά ή αλβανικά μέσα στην ομάδα και ζητήστε η τελική μαθηματική αλυσίδα να αποδοθεί με σύμβολα και απλές ελληνικές λέξεις.